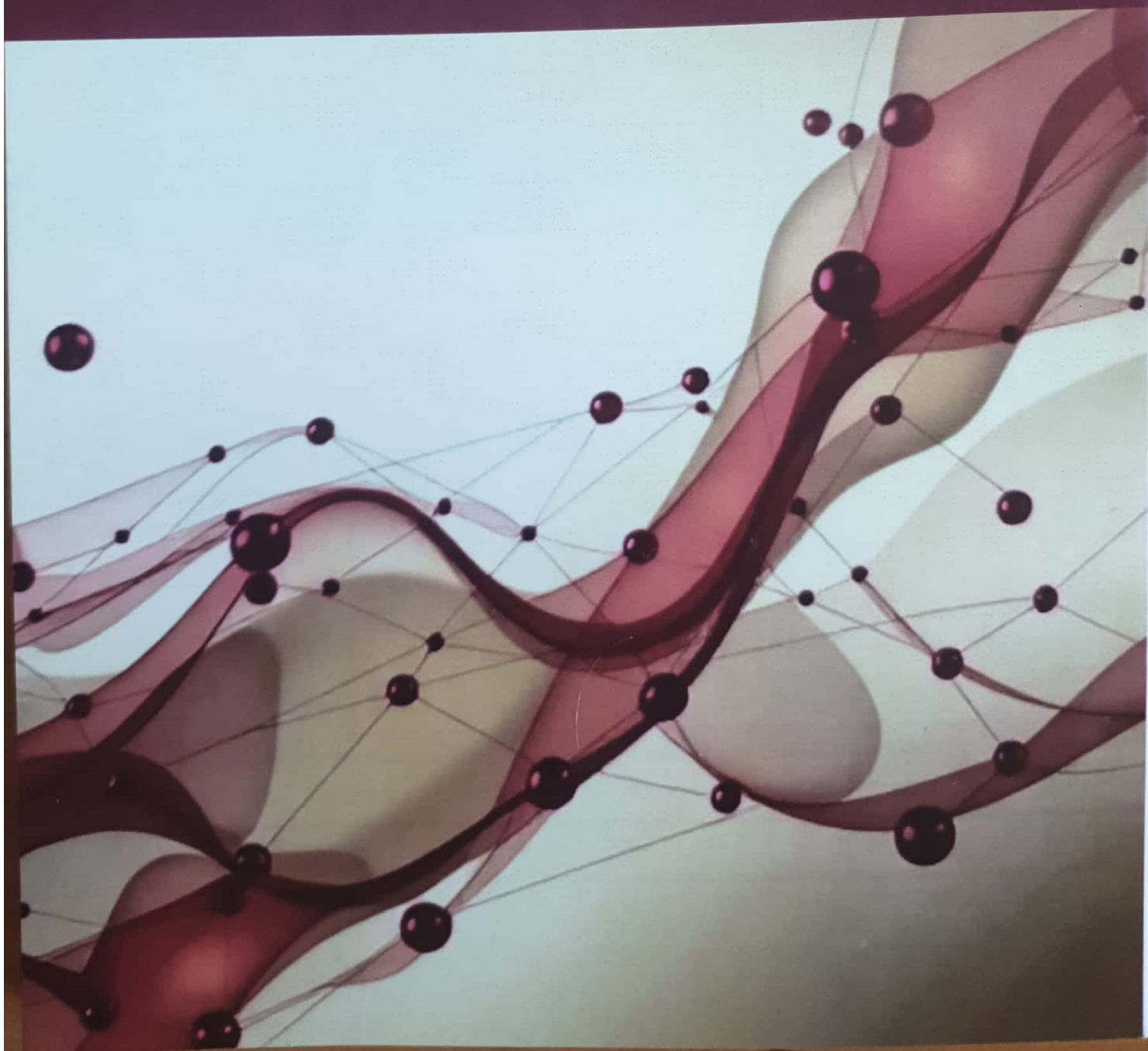


تبدیل لاپلاس و برخی از کاربردهای آن (با رویکرد توابع خاص)

دکتر محمدهادی مصلحی





تبدیل لاپلاس و برخی از کاربردهای آن

(با رویکرد توابع خاص)

دکتر محمد هادی مصلحی

سرشناسه	: مصطفی، محمدهادی، ۱۳۵۷ -
عنوان و نام پدید آور	: تبدیل لاپلاس و برخی از کاربردهای آن (با رویکرد توابع خاص)/ محمدهادی مصطفی؛ ویراستار علمی مصطفی امینی.
مشخصات نشر	: تهران: دانشگاه پیام نور، ۱۴۰۳.
مشخصات ظاهری	: ۲۱۵ ص.
فروست	: دانشگاه پیام نور، ۳۲۰۵؛ گروه ریاضی، ۳۲۰۲.ف.
شابک	: 978 - 964 - 14 - 1256 - 4
وضعیت فهرست نویسی	: فیبا
یادداشت	: وازنامه.
یادداشت	: کتابنامه: ص. ۱۹۷.
یادداشت	: نمایه.
موضوع	: تبدیل لاپلاس - آموزش برنامه‌های Laplace transformation -- Programmed instruction تبدیل لاپلاس - مسائل، تمرین‌ها و غیره Laplace transformation-- Problems, exercises, etc معادله‌های دیفرانسیل - آموزش برنامه‌های Differential Equations -- Programmed instruction معادله‌های دیفرانسیل - مسائل، تمرین‌ها و غیره Differential equations -- Problems, exercises, etc معادله‌های انتگرال - آموزش برنامه‌های Integral equations -- Programmed instruction معادله‌های انتگرال - مسائل، تمرین‌ها و غیره Integral equations -- Problems, exercises, etc
شناسه افزوده	: امینی، مصطفی، ۱۳۵۶ - ویراستار
شناسه افزوده	: دانشگاه پیام نور
شناسه افزوده	: Payam Noor University
رده بندی کنگره	: QA۴۳۲
رده بندی دیویی	: ۵۱۵/۷۲۳
شماره کتابشناسی ملی	: ۹۷۶۹۲۹۶
اطلاعات رکورد کتابشناسی	: فیبا



تبدیل لاپلاس و برخی از کاربردهای آن (با رویکرد توابع خاص)

مؤلف: دکتر محمدهادی مصطفی

ویراستار علمی: دکتر مصطفی امینی

تهیه و تولید: مرکز انتشارات دانشگاه پیام نور

شمارگان: ۱۰۰ نسخه

نوبت و تاریخ چاپ: چاپ اول آذر ۱۴۰۳

شابک: ۹۷۸ - ۹۶۴ - ۱۴ - ۱۲۵۶ - ۴

ISBN: 978 - 964 - 14 - 1256 - 4

تولید خلاصه‌نویسی، نشر، ترجمه، چاپ، تکثیر، توزیع، تهیه محتوای الکترونیکی و هرگونه استفاده دیگری از این اثر با بختی از آن اثر از سن، طرح جلد و غیره بدون اخذ مجوز کتبی از حمایت پژوهش و فناوری دانشگاه پیام نور، خلاف مقررات و تعرض به حقوق مادی و معنوی منتشر است و منتظرین و نقل قلمون حمایت از مؤلفان، مصنفان و هرمتندان دارای مسئولیت حقوقی و کیفری بوده و تحت پیگرد قرار می‌گیرند. همین اینکه مسئولیت صحت و سقم مصطب اثر و رعایت حقوق مادی و معنوی برج صاحب دیگران و پاسخگویی به هرگونه شکایت از سوی سایر اشخاص طبیعی و حقوقی، بر عهده پدیدآورنده است.

قیمت: ۱۴۵۰۰۰۰ ریال

(این کتاب با کاغذ حمایتی منتشر شده است)

سایت فروش اینترنتی: <http://digibook.pnu.ac.ir>

مقام معظم رهبری

در عصر حاضر یکی از شاخصه‌های ارزیابی رشد، توسعه و پیشرفت فرهنگی هر کشوری میزان تولید کتاب، مطالعه و کتاب‌خوانی مردم آن مرز و بوم است. ایران اسلامی نیز از دیرباز تاکنون با داشتن تمدنی چندهزارساله و مراکز متعدد علمی، فرهنگی، کتابخانه‌های معتبر، علما و دانشمندان بزرگ با آثار ارزشمند تاریخی، سرآمد دولت‌ها و ملت‌های دیگر بوده و در عرصه فرهنگ و تمدن جهانی به‌سان خورشیدی تابناک همچنان می‌درخشد و با فرزندان نیک‌نهاد خویش هنرنمایی می‌کند. چه کسی است که در دنیا با دانشمندان فرزانه و نام‌آور ایرانی همچون ابوعلی سینا، ابوریحان بیرونی، فارابی، خوارزمی و ... همچنین شاعران برجسته‌ای نظیر فردوسی، سعدی، مولوی، حافظ و ... آشنا نباشد و در مقابل عظمت آنها سر تعظیم فرود نیاورد. تمامی این افتخارات ارزشمند، برگرفته از میزان عشق و علاقه فراوان ملت ما به فراگیری علم و دانش از طریق خواندن و مطالعه منابع و کتاب‌های گوناگون است. به شکرانه الهی، تاریخ و گذشته ما، همیشه درخشان و پربار است. ولی اکنون در این زمینه در چه جایگاهی قرار داریم؟ آمار و ارقام ارائه‌شده از سوی مجامع و سازمان‌های فرهنگی در مورد سرانه مطالعه هر ایرانی، برایمان چندان امیدوارکننده نمی‌باشد.

کتاب، دروازه‌ای به سوی گستره دانش و معرفت است و کتاب خوب، یکی از بهترین ابزارهای کمال بشری است. همه دستاوردهای بشر در سراسر عمر جهان، تا آنجا که قابل کتابت بوده است، در میان دست‌نوشته‌هایی است که انسان‌ها پدید آورده و می‌آورند. در این مجموعه بی‌نظیر، تعالیم الهی، درس‌های پیامبران به بشر، و همچنین علوم مختلفی است که سعادت بشر بدون آگاهی از آنها امکان‌پذیر نیست. کسی که با دنیای زیبا و زندگی‌بخش کتاب ارتباط ندارد بی‌شک از مهم‌ترین دستاورد انسانی و نیز از بیشترین معارف الهی و بشری محروم است. با این دیدگاه، به‌روشنی می‌توان ارزش و مفهوم رمزی عمیق در این حقیقت تاریخی را دریافت که اولین خطاب خداوند متعال به پیامبر گرامی اسلام (ص) این است که «بخوان!» و در اولین سوره‌ای که بر آن فرستاده عظیم‌الشان خداوند، فرود آمده، نام «قلم» به تجلیل یاد

1. <https://farsi.khamenei.ir/message-content?id=2696>

شده است: «إِقْرَأْ وَرَبُّكَ الْأَكْرَمُ. الَّذِي عَلَّمَ بِالْقَلَمِ» در اهمیت عنصر کتاب برای تکامل جامعه انسانی، همین بس که تمامی ادیان آسمانی و رجال بزرگ تاریخ بشری، از طریق کتاب جاودانه مانده اند.

دانشگاه پیام نور با گستره جغرافیایی ایران شمول خود با هدف آموزش برای همه، همه جا و همه وقت، به عنوان دانشگاهی کتاب محور در نظام آموزش عالی کشورمان، افتخار دارد جایگاه اندیشه سازی و خردورزی بخش عظیمی از جوانان جویای علم این مرز و بوم باشد. تلاش فراوانی در ایام طولانی فعالیت این دانشگاه انجام پذیرفته تا با بهره گیری از تجربه های گرانقدر استادان و صاحب نظران برجسته کشورمان، کتاب ها و منابع آموزشی درسی شاخص و خودآموز تولید شود. در آینده هم، این مهم با هدف ارتقای سطح علمی، روزآمدی و توجه بیشتر به نیازهای مخاطبان دانشگاه پیام نور با جدیت ادامه خواهد داشت. به طور قطع استفاده از نظرات استادان، صاحب نظران و دانشجویان محترم، ما را در انجام این وظیفه مهم و خطیر یاری رسان خواهد بود. پیشاپیش از تمامی عزیزانی که با نقد، تصحیح و پیشنهادهای خود ما را در انجام این وظیفه خطیر یاری می رسانند، سپاسگزاری می نمایم. لازم است از تمامی اندیشمندانی که تاکنون دانشگاه پیام نور را منزلگه اندیشه سازی خود دانسته و ما را در تولید کتاب و محتوای آموزشی درسی یاری نموده اند، صمیمانه قدردانی گردد. موفقیت و بهروزی تمامی دانشجویان و دانش پژوهان عزیز آرزوی همیشگی ما است.

دانشگاه پیام نور

فهرست مطالب

نه	فهرست تصاویر
۱	تبدیل لاپلاس ۱
۱	۱.۱ معرفی تبدیل های لاپلاس
۶	۲.۱ شرط وجود تبدیل لاپلاس توابع
۸	۳.۱ تبدیل لاپلاس سری بی نهایت
۱۲	۴.۱ انتقال در تبدیل لاپلاس (قانون اول انتقال)
۱۲	۵.۱ تغییر مقیاس در تبدیل لاپلاس
۱۳	۶.۱ تبدیل لاپلاس مشتق (قاعده t -مشتق)
۱۵	۷.۱ مشتق تبدیل لاپلاس (قاعده s -مشتق)
۱۸	۸.۱ تبدیل لاپلاس انتگرال (قاعده t -انتگرال)
۱۹	۹.۱ انتگرال تبدیل لاپلاس
۲۱	۱۰.۱ مقادیر مجانبی
۲۴	۱۱.۱ پیچش (کانولوشن)
۲۷	۱۲.۱ تبدیل لاپلاس تابع پله ای واحد و توابع چند ضابطه ای
۳۳	۱۳.۱ تبدیل لاپلاس توابع متناوب
۴۴	۱۴.۱ تابع ضربه دیراک
۴۶	۱۵.۱ روش های یافتن تبدیل لاپلاس در یک نگاه
۴۹	۱۶.۱ توضیحات تکمیلی و ارتباط تبدیل لاپلاس و تبدیل فوریه
۵۳	تبدیل لاپلاس توابع خاص ۲
۵۳	۱.۲ توابع گاما و بتا

۵۸	توابع بسط	۲.۲
۶۱	توابع لاگر	۳.۲
۶۳	تابع خطا و تابع خطای مکمل	۴.۲
۶۴	تابع فوق هندسی	۵.۲
۷۰	تبدیل لاپلاس تابع بسط برحسب توابع فوق هندسی	۱.۵.۲
۷۱	تبدیل لاپلاس چندجمله‌ای‌های لزاندر برحسب توابع فوق هندسی	۲.۵.۲
۷۳	تبدیل لاپلاس چندجمله‌ای‌های هرمیت برحسب توابع فوق هندسی	۳.۵.۲
۷۴	تبدیل لاپلاس چندجمله‌ای‌های لاگر برحسب توابع فوق هندسی	۴.۵.۲
	تبدیل لاپلاس چندجمله‌ای‌های $M_n^{(\alpha)}(t)$ برحسب توابع فوق هندسی	۵.۵.۲
۷۵	هندسی	
۷۷	انتگرال‌های سینوس و کسینوس	۶.۲
۷۹	انتگرال نمایی	۷.۲
۸۳	عملگر معکوس لاپلاس	۳
۸۷	روش تجزیه به کسرهای ساده	۱.۳
۸۸	فرمول بسط هویساید	۲.۳
۹۰	استفاده از روش باقیمانده (تعریف مستقیم معکوس تبدیل لاپلاس)	۳.۳
	تبدیل لاپلاس معکوس بدون استفاده از انتگرال‌گیری در صفحه	۱.۳.۳
۹۵	مختلط	
۱۰۰	مثال‌های مختلف	۴.۳
۱۱۳	برخی از کاربردهای تبدیل لاپلاس	۴
۱۱۳	اثبات برخی روابط موجود بین توابع خاص	۱.۴
۱۲۴	حل معادلات دیفرانسیل معمولی با ضرائب ثابت با استفاده از تبدیل لاپلاس	۲.۴
۱۲۷	حل معادلات دیفرانسیل معمولی با ضرائب متغیر با استفاده از تبدیل لاپلاس	۳.۴
۱۳۰	حل دستگاه معادلات دیفرانسیل با استفاده از تبدیل لاپلاس	۴.۴
۱۳۴	حل معادلات انتگرالی با استفاده از تبدیل لاپلاس	۵.۴
۱۳۶	حل معادلات انتگرو-دیفرانسیل با استفاده از تبدیل لاپلاس	۶.۴
۱۳۷	چند نمونه خاص از کاربردهای تبدیل لاپلاس در رشته‌های علوم و مهندسی	۷.۴
۱۳۸	تبدیل لاپلاس در مدارهای الکتریکی ساده	۱.۷.۴
۱۴۰	تئوری کنترل خودکار	۲.۷.۴
۱۴۲	تبدیل لاپلاس در فیزیک هسته‌ای	۳.۷.۴

۱۴۳	تبدیل لاپلاس در مهندسی کنترل (مهندسی مکانیک)	۴.۷.۴
۱۴۶	محاسبه برخی از انتگرال‌های ناسره و انتگرال‌های خاص	۸.۴
۱۵۱	حل معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی	۹.۴
۱۵۶	تبدیل لاپلاس و حل معادلات تفاضلی	۱۰.۴
۱۵۷	تبدیل لاپلاس و حل روابط بازگشتی خطی	۱.۱۰.۴
۱۶۳	حل برخی از معادلات دیفرانسیل مرتبه کسری خطی به وسیله تبدیل لاپلاس	۱۱.۴
۱۷۱	حل معادله دیفرانسیل تاخیری پانتوگراف از طریق تبدیل لاپلاس	۱۲.۴
۱۷۴	شبکه‌های عصبی مصنوعی تبدیل لاپلاس	۱۳.۴
۱۷۶	نورون مصنوعی ساده	۱.۱۳.۴
۱۷۷	شبکه عصبی مصنوعی	۲.۱۳.۴
۱۷۸	نورون مصنوعی تبدیل لاپلاس	۳.۱۳.۴
۱۸۲	شبکه عصبی تبدیل لاپلاس	۴.۱۳.۴
۱۸۵	نمونه‌هایی از LTANN	۵.۱۳.۴
۱۸۶	مدل خاک با استفاده از رادارگرام	۶.۱۳.۴
۱۹۱	مسائل گوناگون (همراه با پاسخ نهایی)	۱۴.۴

۱۹۷	کتاب‌نامه
۱۹۹	واژه نامه فارسی به انگلیسی
۲۰۲	نمایه

فهرست تصاویر

۳۰	شکل توجیبهی مثال ۵.۱۲.۱	۱.۱
۳۱	شکل توجیبهی مثال ۶.۱۲.۱	۲.۱
۳۲	تابع تکه‌ای پیوسته	۳.۱
۳۶	تابع سینوسی یکسوشده-تمام-موج	۴.۱
۳۸	تابع سینوسی یکسوشده-نیمه-موج	۵.۱
۳۹	تابع موج مربعی مثال ۸.۱۳.۱	۶.۱
۴۰	تابع موج مثلثی مثال ۹.۱۳.۱	۷.۱
۴۱	تابع تناوبی تکه‌ای پیوسته (موج مربع) مثال ۱۰.۱۳.۱	۸.۱
۴۲	تابع موج دندانه اره ای P - متناوب با ارتفاع $c > 0$	۹.۱
۴۳	تابع مثلثی با ارتفاع ۵ مثال ۱۲.۱۳.۱	۱۰.۱
۵۴	تابع گاما	۱.۲
۵۹	تابع بسل نوع اول	۲.۲
۶۲	تابع لاگر	۳.۲
۷۲	تابع لژاندر	۴.۲
۷۳	تابع هرمیت	۵.۲
۹۲	کانتور برومویچ $F(s)$	۱.۳
۹۴	کانتور مورد استفاده برای اعمال انتگرال برومویچ در مثال ۴.۳.۳	۲.۳
۱۳۸	مدار RCL	۱.۴
۱۴۴	شکل مربوط به مسئله مدل سازی فرآیند پر کردن یک مخزن	۲.۴
۱۷۶	نورون مصنوعی ساده	۳.۴

۱۷۸	نورون مصنوعی تبدیل لاپلاس	۴.۴
۱۷۹	نورون مصنوعی تبدیل لاپلاس پس از ساده‌سازی	۵.۴
۱۸۱	آموزش تحت نظارت LTAN	۶.۴
۱۸۲	شبکه عصبی مصنوعی تبدیل لاپلاس	۷.۴
۱۸۴	شبکه عصبی مصنوعی تبدیل لاپلاس یک لایه	۸.۴
۱۸۵	شبکه عصبی مصنوعی تبدیل لاپلاس یک لایه	۹.۴
۱۹۰	LTANN برای طبقه بندی ساختارهای زمین شناسی	۱۰.۴
۱۹۶	چهار تابع متناوب پرکاربرد	۱۱.۴

پیش‌گفتار

تبدیل لاپلاس علاوه بر اینکه از دیدگاه نظری و تکنیکی بسیار غنی و چالش برانگیز است، ابزار آسان و مؤثری را برای حل بسیاری از مسائل در زمینه‌های مختلف علوم و مهندسی فراهم می‌کند؛ در سال‌های اخیر، نظریه تبدیل لاپلاس به بخشی مهم و تاثیرگذار از پیش‌نیاز ریاضی مورد نیاز دانشمندان علوم و مهندسی تبدیل شده و روز به روز بر اهمیت و حوزه تاثیر آن افزوده می‌شود.

اهمیت تکنیک تبدیل در این است که سیستم را به شکلی ساده‌تر و کارا تر تبدیل می‌کند. دسته‌های متعددی از مسائل، بخصوص در ریاضیات کاربردی و زمینه‌های مختلف مهندسی، وجود دارد که یا حل آنها سخت است و یا از نظر جبری در فرم و قالب پیچیده و ناخوشایندی قرار دارند. تبدیل لاپلاس همیشه یک گزینه اصلی در پرداختن به چنین مسائلی می‌باشد. سهولت درک و هم چنین کاربرد ساده، الهام بخش این تکنیک تبدیل است.

در این کتاب، موضوعاتی شامل خواص تبدیل لاپلاس و تبدیل لاپلاس معکوس به همراه کاربردها در حل معادلات دیفرانسیل معمولی و جزئی، معادلات انتگرال، معادلات انتگرال-دیفرانسیل، معادلات تفاضلی، معادلات دیفرانسیل تاخیری و معادلات دیفرانسیل مرتبه کسری و مسائل مرزی پوشش داده شده اند.

تبدیل لاپلاس کاربردهای متعددی در حوزه علم و فناوری مانند تجزیه و تحلیل مدارهای الکتریکی، مهندسی ارتباطات، مهندسی کنترل، پردازش سیگنال، فیزیک هسته ای، الکترونیک هوانوردی و ... دارد که در این کتاب به گوشه ای از آنها پرداخته شده است. همچنین موضوع نوظهور «شبکه‌های عصبی مصنوعی تبدیل لاپلاس» که به نظر می‌رسد در آینده دروازه ورود تبدیل لاپلاس به طیف وسیعی از مسائل کاربردی باشد، مطرح شده و کاربرد آنها در طبقه‌بندی خودکار ساختارهای زمین شناسی ارائه شده است.

فصل دوم این کتاب به معرفی توابع خاص و تبدیل لاپلاس آنها اختصاص داده شده است و ارتباط بین آنها و اینکه چگونه تبدیل لاپلاس نوعی از این توابع خاص را به نوع دیگر تبدیل

می‌کند، مد نظر قرار گرفته است. یکی از انگیزه‌های اصلی مطرح کردن توابع خاص، نشان دادن قدرت تبدیل لاپلاس در کشف و اثبات روابط حاکم بر این توابع می‌باشد.

این کتاب مجهز به مثال‌های متعددی می‌باشد. در انتخاب و طراحی مثال‌ها، سعی بر این بوده که به جای افزایش تعداد مثال‌ها، هر مثال بیش از یک موضوع را پوشش دهد.

این کتاب برای استفاده به عنوان مکمل تمام متون استاندارد فعلی یا به عنوان یک کتاب درسی برای یک دوره رسمی در نظریه تبدیل لاپلاس و کاربردها طراحی شده است. همچنین امیدوارم برای کسانی که دروس ریاضیات، فیزیک، مهندسی برق، مکانیک یا هر یک از زمینه‌های متعدد دیگری را که در آنها روش‌های تبدیل لاپلاس به کار می‌رود، می‌گذرانند، ارزش قابل توجهی داشته باشد.

مایلم از استادان بزرگوام برای گفتگوهای مفید و مشاوره‌های ارزشمند ایشان تشکر کنم.